



# Contents

## 1 유리식과 무리식의 영역

|                          |     |
|--------------------------|-----|
| 01 유리식의 사칙연산             | 002 |
| 02 가분수식, 번분수식, 부분분수식의 계산 | 003 |
| 03 곱셈을 이용한 분수식의 계산       | 004 |
| 04 비례식의 계산               | 004 |
| 05 무리식 ~무리식의 계산          | 005 |
| 06 무리수가 서로 같을 조건         | 006 |
| 07 무리수의 정수 부분과 소수 부분     | 006 |
| · 단원문제 1회                | 007 |
| · 단원문제 2회                | 011 |
| · 단원문제 3회                | 016 |

## 2 유리, 무리함수의 영역

|           |     |
|-----------|-----|
| 01 유리 함수  | 020 |
| 02 무리 함수  | 022 |
| · 단원문제 1회 | 024 |
| · 단원문제 2회 | 029 |
| · 단원문제 3회 | 035 |

## 3 등차수열

|               |     |
|---------------|-----|
| 01 수열의 뜻과 일반항 | 040 |
| 02 등차수열의 일반항  | 040 |
| 03 조화수열       | 041 |
| 04 등차수열의 합    | 041 |
| · 단원문제 1회     | 042 |
| · 단원문제 2회     | 046 |
| · 단원문제 3회     | 050 |

## 4 등비수열

|              |     |
|--------------|-----|
| 01 등비수열의 일반항 | 055 |
| 02 등비수열의 합   | 056 |
| 03 등비수열의 활용  | 056 |
| · 단원문제 1회    | 059 |
| · 단원문제 2회    | 063 |
| · 단원문제 3회    | 067 |

## 5 수열의 합

|                   |     |
|-------------------|-----|
| 01 합의 기호 $\Sigma$ | 071 |
| 02 분수수열의 합        | 072 |
| 03 계차수열           | 073 |
| 04 역급수            | 073 |
| · 단원문제 1회         | 074 |
| · 단원문제 2회         | 078 |
| · 단원문제 3회         | 082 |

## 6 지 수

|           |     |
|-----------|-----|
| 01 거듭제곱   | 086 |
| 02 거듭제곱근  | 087 |
| 03 지 수    | 088 |
| · 단원문제 1회 | 089 |
| · 단원문제 2회 | 093 |
| · 단원문제 3회 | 097 |

## 7 로그

|               |     |
|---------------|-----|
| 01 로 그        | 101 |
| 02 상용로그       | 102 |
| 03 지표와 가수의 성질 | 103 |
| · 단원문제 1회     | 104 |
| · 단원문제 2회     | 108 |
| · 단원문제 3회     | 112 |

## 7 중간고사 예상문제

|                |     |
|----------------|-----|
| · 기말고사 예상문제 1회 | 116 |
| · 기말고사 예상문제 2회 | 120 |
| · 기말고사 예상문제 3회 | 124 |
| · 기말고사 예상문제 4회 | 128 |
| · 기말고사 예상문제 5회 | 132 |



# Contents

## 1 유리식과 무리식의 영역

- 단원문제 1회 002
- 단원문제 2회 005
- 단원문제 3회 008

## 2 유리, 무리함수의 영역

- 단원문제 1회 013
- 단원문제 2회 018
- 단원문제 3회 023

## 3 등차수열

- 단원문제 1회 027
- 단원문제 2회 030
- 단원문제 3회 033

## 4 등비수열

- 단원문제 1회 036
- 단원문제 2회 039
- 단원문제 3회 042

## 5 수열의 합

- 단원문제 1회 046
- 단원문제 2회 049
- 단원문제 3회 052

## 6 지수

- 단원문제 1회 055
- 단원문제 2회 057
- 단원문제 3회 060

## 7 로그

- 단원문제 1회 063
- 단원문제 2회 066
- 단원문제 3회 068

## 7 중간고사 예상문제

- 기말고사 예상문제 1회 071
- 기말고사 예상문제 2회 074
- 기말고사 예상문제 3회 078
- 기말고사 예상문제 4회 082
- 기말고사 예상문제 5회 086

# 5회

## 기말고사 예상문제

1. 0이 아닌 실수  $a, b, c$ 에 대하여

$$\frac{3a+b+c}{a} = \frac{a+3b+c}{b} = \frac{a+b+3c}{c} \text{가 성립할 때,}$$

$$\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc} \text{의 값을 구하시오.}$$

2. 소금물의 농도는

$$\frac{\text{(소금의 질량)}}{\text{(소금의 질량)} + \text{(물의 질량)}} \times 100(\%) \text{로 나타낸다.}$$

소금  $a(g)$ 과 물  $b(g)$ 을 합하여 농도가 10%인 소금물을 만들었다. 이 소금물에 소금  $a(g)$ 과 물  $2b(g)$ 을 더 넣었을 때 소금물의 농도는 약 몇 %인가?

- ① 6.4                      ② 6.9                      ③ 7.4  
 ④ 7.9                      ⑤ 8.4

3. 분수함수  $y = \frac{1}{x} (x > 0)$ 의 그래프를  $x$ 축 방향으로

4만큼  $y$ 축 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프 위의 점 A에서  $x$ 축,  $y$ 축 위에 내린 수선의 발을 각각 B, C라고 할 때, 직사각형 BOCA의 넓이의 최솟값은? (단, O는 원점이다.)

- ① 4                          ② 6                          ③ 9  
 ④  $2\sqrt{3}$                       ⑤  $2\sqrt{6}$

4.  $-1 < a < 2$ 일 때,

$$\sqrt{(a-4)^2} + |a-2| + |a+2| + \sqrt{(a+3)^2} \text{의 값은?}$$

- ① 1                          ② 3                          ③ 5  
 ④ 9                          ⑤ 11

5.  $4 - \sqrt{3}$ 의 정수부분을  $a$ , 소수부분을  $b$ 라고 할

$$\text{때, } \frac{1}{a+b+1} + \frac{1}{a-b+5} \text{의 값을 } \frac{p}{q} \text{라고 하자.}$$

이 때,  $p+q$ 의 값은?

(단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.)

- ① 8                          ② 10                          ③ 12  
 ④ 14                          ⑤ 16

6. 곡선  $y = \sqrt{x+3|x|}$ 와 직선  $y = x+k$ 가 서로 다른 세 점에서 만날 때 상수  $k$ 값의 범위는  $0 < k < a$ 이다. 이 때,  $a$ 의 값은?

- ① -1                          ② 1                          ③ 3  
 ④ 5                          ⑤ 7

7. 첫째항이 1, 공차가 4인 등차수열  $\{a_n\}$ 의  
 첫째항부터 제  $n$  항까지의 합을  $S_n$  이라 할 때,  
 $S_n = 99^2 - 98^2 + 97^2 - 96^2 + \dots + 3^2 - 2^2 + 1$   
 을 만족하는 자연수  $n$ 의 값은?

- ① 50                      ② 60                      ③ 69  
 ④ 79                      ⑤ 99

10. 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_2 + a_4 = 120$ ,  
 $a_3 + a_5 = 360$  이 성립할 때,  $a_5$ 의 값을  
 구하시오.

8. 공차가  $d$ 인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  

$$b_n = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$
  
 인 수열  $\{b_n\}$ 은 등차수열이다. 이때, 수열  
 $\{b_n\}$ 의 공차는?

- ①  $\frac{d}{3}$                       ②  $\frac{d}{2}$                       ③  $d$   
 ④  $2d$                       ⑤  $3d$

11.  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 은 0, 1, 2중 어느  
 하나의 값을 갖는다.

$\sum_{k=1}^n a_k = 16$ ,  $\sum_{k=1}^n a_k^2 = 26$ 일 때,  $\sum_{k=1}^n a_k^4$ 의  
 값은?

- ① 82                      ② 83                      ③ 84  
 ④ 85                      ⑤ 86

9. 서로 다른 두 실수  $a, b$ 에 대하여 2,  $\frac{a^2}{2}, b$   
 가 이 순서대로 등차수열을 이루고  
 $a+2, b, 1$ 이 이 순서대로 등비수열을 이룰  
 때,  $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 3                      ② 4                      ③ 5  
 ④ 6                      ⑤ 7

12. 등식

$$\sum_{k=1}^{2010} \frac{2^k + (-1)^k}{3^k} = a + b \left(\frac{2}{3}\right)^{2010} + c \left(-\frac{1}{3}\right)^{2010}$$

을 만족시키는 상수  $a, b, c$ 의 합  $a+b+c$ 의  
 값은?

- ① -2                      ② -1                      ③ 0  
 ④ 1                      ⑤ 2

13. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 할 때,

$$S_1 = 2, S_{n+1} = \frac{1}{3}S_n + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

인 관계가 성립한다고 한다. 이때, 이 수열의 일반항을 구하여라.

14. 다음과 같이 1과 1사이에 있는 2의 개수가 하나씩 늘어나는 수열이 있다.

1, 2, 1, 2, 2, 1, 2, 2, 2, 1, 2, 2, 2, 2, 1, ...

이 수열의 첫째항부터 제 100항까지의 곱이  $2^a$ 일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하여라.

15. 네 수  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt[3]{3}$ ,  $\sqrt[4]{5}$ ,  $\sqrt[6]{6}$  중 가장 작은 수와 가장 큰 수를 차례로 나열한 것은?

- ①  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt[6]{6}$     ②  $\sqrt[4]{5}$ ,  $\sqrt[6]{6}$     ③  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt[4]{5}$   
 ④  $\sqrt[6]{6}$ ,  $\sqrt[4]{5}$     ⑤  $\sqrt[3]{3}$ ,  $\sqrt[6]{6}$

16.  $a > 0$ 이고  $\frac{a^x - a^{-x}}{a^x + a^{-x}} = \frac{1}{3}$ 일 때,  $\frac{a^{\frac{3}{2}x} - a^{-\frac{1}{2}x}}{a^{\frac{1}{2}x} + a^{-\frac{3}{2}x}}$

의 값을 구하여라.

17.  $a \neq 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ①  $a^2 \div a^{-3} \times a^4 = a^9$   
 ②  $(a^{-3})^2 \times (a^2)^{-4} = a^{-14}$   
 ③  $\frac{a^2 \times a^{-3}}{a^{-2} \times a^4} = a^{-2}$   
 ④  $\frac{(a^3)^{-3}}{a^5 \times a^{-2}} = a^{-9}$   
 ⑤  $\frac{a^3 \times a^{-4}}{a^2 \times a^{-5}} = a^2$

18.  $[\log_2 x][\log_2 y] = 1$ 을 만족시키는 점  $(x, y)$ 가 나타내는 영역의 넓이는?  
(단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① 1                      ②  $\frac{15}{4}$                       ③ 4  
④  $\frac{9}{2}$                       ⑤  $\frac{17}{4}$

20.  $100 \leq x < 1000$  이고  $\log x$ 의 소수 부분과  $\log x^4$ 의 소수 부분이 같을 때, 모든 실수  $x$ 의 값의 곱은?

- ①  $10^7$                       ②  $10^6$                       ③  $10^5$   
④  $10^4$                       ⑤  $10^3$

19. 양의 실수  $x, y, z$ 가  $\log_2 x + 2\log_4 y + 3\log_8 z = 1$ 을 만족시킬 때,  $\{(3^x)^y\}^z$ 의 값은?

- ①  $\sqrt{3}$                       ② 3                      ③ 9  
④ 18                      ⑤ 27

## 5회

### 기말고사 예상문제 해설

1. [정답] -1, 8

[해설]  $\frac{3a+b+c}{a} = \frac{a+3b+c}{b} = \frac{a+b+3c}{c} = k$ 라 하면

(i)  $a+b+c=0$ 이면

$b+c=-a$ 에서  $\frac{3a+b+c}{a} = 2$ ,  $k=2$ 가 성립한다.

$$\therefore \frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc} = \frac{-abc}{abc} = -1$$

(ii)  $a+b+c \neq 0$ 이면

$$\frac{(3a+b+c)+(a+3b+c)+(a+b+3c)}{a+b+c} = \frac{5(a+b+c)}{a+b+c} = 5$$

따라서  $3 + \frac{b+c}{a} = 3 + \frac{a+c}{b} = 3 + \frac{a+b}{c} = 5$ 이므로

$$\frac{b+c}{a} = \frac{a+c}{b} = \frac{a+b}{c} = 2$$

$$\therefore \frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc} = 2^3 = 8$$

이상에서  $\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc}$ 의 값은 -1, 8이다.

2. [정답] ②

[해설] 주어진 조건에서  $\frac{a}{a+b} \times 100 = 10$ 에서

$$\frac{a}{a+b} = \frac{1}{10} \text{이므로 } b = 9a \text{이다.}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{2a}{2a+3b} \times 100 &= \frac{2a}{2a+27a} \times 100 \\ &= \frac{2}{29} \times 100 \approx 6.9 \end{aligned}$$

따라서 6.9%이다.

3. [정답] ③

[해설]

$x$ 축 방향으로 4만큼  $y$ 축 방향으로 1만큼 평행이동하면

$$y = 1 + \frac{1}{x-4} \text{이다.}$$

따라서  $A\left(x, \frac{x-3}{x-4}\right)$ 이라 하면 사각형 BOCA의 넓이는

$$\begin{aligned} \frac{x(x-3)}{x-4} &= x+1 + \frac{4}{x-4} \\ &= x+4 + \frac{4}{x-4} + 5 \\ &\geq 9 \left( \because x+4 + \frac{4}{x-4} \geq 2\sqrt{(x+4)\left(\frac{4}{x-4}\right)} = 4 \right) \end{aligned}$$

따라서 넓이의 최솟값은 9이다.

4. [정답] ⑤

[해설]

$$\begin{aligned} &\sqrt{(a-4)^2} + |a-2| + |a+2| + \sqrt{(a+3)^2} \\ &= -(a-4) - (a-2) + (a+2) + (a+3) \\ &= 4+2+2+3 = 11 \end{aligned}$$

5. [정답] ⑤

[해설]

$$4 - \sqrt{3} \text{이므로 } a=2, b=2-\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{a+b+1} + \frac{1}{a-b+5} = \frac{1}{5-\sqrt{3}} + \frac{1}{5+\sqrt{3}} = \frac{5}{11}$$

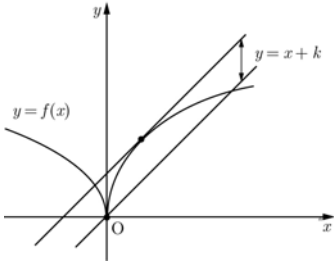
따라서  $p+q=16$ 이다.

6. [정답] ②

[해설]

$$y = \sqrt{x+3|x|} = \begin{cases} \sqrt{4x} & (x \geq 0) \\ \sqrt{-2x} & (x < 0) \end{cases} \text{ 따라서}$$

곡선과 직선이 세 점에서 만나게 하기 위해서 두 함수의 그래프를 좌표평면 위에 그려보면 다음 그림과 같다.



직선  $y=x+k$ 가 원점을 지날 때의  $k$ 의 값은  $0=0+k$ 에서  $k=0$ .

직선  $y=x+k$ 가  $y=\sqrt{4x}$ 에 접할 때의  $k$ 의 값은  $x+k=\sqrt{4x}$ 의 양변을 제곱하여 정리하면  $x^2+2(k-2)x+k^2=0$ . 이차방정식이 중근을 가져야 하므로,  $D/4=(k-2)^2-k^2=-4k+4=0$ 에서  $k=1$ .

따라서 구하고자 하는 실수  $k$ 의 값의 범위는  $0 < k < 1$ 이다.  $\therefore \alpha=1$ .

7. [정답] ①

[해설]

$$\begin{aligned} S_n &= 99^2 - 98^2 + 97^2 - 96^2 + \dots + 3^2 - 2^2 + 1 \\ &= (99-98)(99+98) + (97-96)(97+96) + \dots \\ &\quad + (3-2)(3+2) + 1 \\ &= 99 + 98 + 97 + \dots + 2 + 1 \\ &= \frac{99(99+1)}{2} = 4950 \quad \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

또 첫째항이 1, 공차가 4인 등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합은

$$S_n = \frac{2\{2 \times 1 + (n-1) \times 4\}}{2} \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } \frac{2\{2 \times 1 + (n-1) \times 4\}}{2} = 4950$$

$$n(2n-1) = 50 \times (2 \times 50 - 1) \quad \therefore n = 50$$

8. [정답] ②

[해설]

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n} = \frac{n\{2a + (n-1)d\}}{2n} \\ &= a_1 + (n-1) \times \frac{d}{2} \end{aligned}$$

따라서 수열  $\{b_n\}$ 은 첫째항이  $a_1$ 이고 공차가  $\frac{d}{2}$ 인 등차수열이다.

9. [정답] ①

[해설]

$$\frac{a^2}{2} = \frac{2+b}{2} \Rightarrow a^2 = 2+b \quad \dots \textcircled{1}$$

$$b^2 = (a+2) \cdot 1 \Rightarrow b^2 = a+2 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{에서 } a+b = -1$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \text{에서 } a^2 + b^2 = 4 + a + b = 3$$

10. [정답] ①

[해설]

$$\frac{a^2}{2} = \frac{2+b}{2} \Rightarrow a^2 = 2+b \quad \dots \textcircled{1}$$

$$b^2 = (a+2) \cdot 1 \Rightarrow b^2 = a+2 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{에서 } a+b = -1$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \text{에서 } a^2 + b^2 = 4 + a + b = 3$$

11. [정답] ⑤

[해설]  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  중

0의 개수를  $x$ 개, 1의 개수를  $y$ 개, 2의 개수를  $z$ 개라 하면

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n a_k &= 16 \text{에서 } 0 \cdot x + 1 \cdot y + 2 \cdot z = 16 \\ &\therefore y + 2z = 16 \quad \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n a_k^2 &= 26 \text{에서 } 0^2 \cdot x + 1^2 \cdot y + 2^2 \cdot z = 26 \\ &\therefore y + 4z = 26 \quad \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면  $y=6, z=5$

$$\begin{aligned} \therefore \sum_{k=1}^n a_k^4 &= 0^4 \cdot x + 1^4 \cdot y + 2^4 \cdot z = 1 \cdot 6 + 16 \cdot 5 \\ &= 86 \end{aligned}$$

12. [정답] ③

[해설]

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{2010} \frac{2^k + (-1)^k}{3^k} &= \sum_{k=1}^{2010} \left(\frac{2}{3}\right)^k + \sum_{k=1}^{2010} \left(-\frac{1}{3}\right)^k \\ &= \frac{2 \left\{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{2010}\right\}}{1 - \frac{2}{3}} + \frac{\left(-\frac{1}{3}\right) \left\{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^{2010}\right\}}{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)} \end{aligned}$$

$$= \frac{7}{4} - 2 \left(\frac{2}{3}\right)^{2010} + \frac{1}{4} \left(-\frac{1}{3}\right)^{2010}$$

$$\therefore a+b+c = \frac{7}{4} + (-2) + \frac{1}{4} = 0$$



13. [정답]  $a_1 = 2, a_n = -\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} (n \geq 2)$

[해설]

$$S_{n+1} = \frac{1}{3}S_n = 1 \text{에서 } S_{n+1} - \frac{3}{2} = \frac{1}{3}\left(S_n - \frac{3}{2}\right)$$

이므로

$$S_n - \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

$$\therefore S_n = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} + \frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= \left\{ \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} + \frac{3}{2} \right\} - \left\{ \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-2} + \frac{3}{2} \right\} \\ &= -\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} (n \geq 2) \end{aligned}$$

$$\therefore a_1 = 2, a_n = -\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} (n \geq 2)$$

14. [정답] 87

[해설]

주어진 수열을 다음과 같이 군으로 묶으면

(1), (2, 1), (2, 2, 1), (2, 2, 2, 1), ...

제  $n$ 군의 항수는  $n$ 이므로 제 1군부터

제  $n$ 군까지의 항수는

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$n = 13 \text{일 때, } \frac{13 \cdot 14}{2} = 91 \text{이므로}$$

제 100항은 제 14군의 9째항이다.

이때,  $2^9$ 에서  $a$ 는 2가 곱해진 개수이고,

2는 제 1군에 0개,

제 2군에 1개, 제 3군에 2개, ..., 제 13군에

12개가 있고,

제 14군에 9개가 있다.

$$\therefore a = (1 + 2 + 3 + \dots + 12) + 9 = 87$$

15. [정답] ④

[해설]

2, 3, 4, 6의 최소공배수가 12이므로 네 수를 모두 12제곱근으로 표현하면

$$\sqrt[12]{2^6}, \sqrt[12]{3^4}, \sqrt[12]{5^3}, \sqrt[12]{6^2}$$

$$\text{즉, } \sqrt[12]{64}, \sqrt[12]{81}, \sqrt[12]{125}, \sqrt[12]{36}$$

따라서 가장 작은 수는  $\sqrt[12]{36} (= \sqrt[6]{6})$ 이고 가장 큰 수는

$$\sqrt[12]{125} (= \sqrt[4]{5}) \text{이다.}$$

16. [정답]  $\frac{\sqrt{2}}{3}$

[해설]

$$\frac{a^x - a^{-x}}{a^x + a^{-x}} = \frac{1}{3} \text{에서 } 3a^x - 3a^{-x} = a^x + a^{-x}$$

$$a^x = 2a^{-x}, \text{ 즉 } a^{2x} = 2$$

$$\therefore a^x = \sqrt{2} (\because a > 0)$$

$$\frac{a^{\frac{3}{2}x} - a^{-\frac{1}{2}x}}{a^{\frac{1}{2}x} + a^{-\frac{3}{2}x}} \text{의 분모, 분자에 } a^{\frac{1}{2}x} \text{을 곱하면}$$

$$\begin{aligned} \frac{a^{\frac{3}{2}x} - a^{-\frac{1}{2}x}}{a^{\frac{1}{2}x} + a^{-\frac{3}{2}x}} &= \frac{a^{2x} - 1}{a^x + a^{-x}} = \frac{(\sqrt{2})^2 - 1}{\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{3} \end{aligned}$$

17. [정답] ③, ④

[해설]

$$\textcircled{3} \frac{a^2 \times a^{-3}}{a^{-2} \times a^4} = \frac{a^{2-3}}{a^{-2+4}} = \frac{a^{-1}}{a^2} = a^{-1-2} = a^{-3}$$

$$\textcircled{4} \frac{(a^3)^{-3}}{a^5 \times a^{-2}} = \frac{a^{-9}}{a^{5-2}} = \frac{a^{-9}}{a^3} = a^{-9-3} = a^{-12}$$

18. [정답] ⑤

$[\log_2 x][\log_2 y] = 1$ 에서  $[\log_2 x], [\log_2 y]$ 는 정수이므로

$$[\log_2 x] = -1, [\log_2 y] = -1 \text{ 또는 } [\log_2 x] = 1,$$

$$[\log_2 y] = 1$$

(i)  $[\log_2 x] = -1, [\log_2 y] = -1$ 일 때

$$-1 \leq \log_2 x < 0, -1 \leq \log_2 y < 0$$

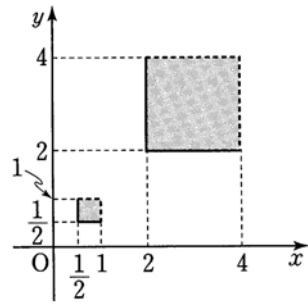
$$\log_2 2^{-1} \leq \log_2 x < \log_2 1, \log_2 2^{-1} \leq \log_2 y < \log_2 1$$

$$\therefore \frac{1}{2} \leq x < 1, \frac{1}{2} \leq y < 1 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

(ii)  $[\log_2 x] = 1, [\log_2 y] = 1$  일 때

$$1 \leq \log_2 x < 2, 1 \leq \log_2 y < 2$$

$$\log_2 2 \leq \log_2 x < \log_2 2^2, \log_2 2 \leq \log_2 y < \log_2 2^2$$



$$\therefore 2 \leq x < 4, 2 \leq y < 4 \quad \dots\dots \textcircled{C}$$

㉠ 또는 ㉡을 만족시키는 점  $(x, y)$ 의 영역을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다. (단, 실선은 경계선을 포함하고, 점선은 경계선을 제외한다.)

따라서 구하는 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + 2 \times 2 = \frac{17}{4}$$

19. [정답] ㉢

[해설]  $\log_2 x + 2\log_4 y + 3\log_8 z = 1$ 에서

$$\log_2 x + \log_2 y + \log_2 z = 1, \log_2 xyz = 1$$

$$\text{즉, } xyz = 2 \text{ 이므로 } \{(3^x)^y\}^z = 3^{xyz} = 3^2 = 9$$

20. [정답] ㉠

[해설]

$$100 \leq x \leq 1000 \text{ 에서 } 2 \leq \log x < 3 \quad \dots\dots \textcircled{A}$$

$\log x$ 의 소수 부분과  $\log x^4$ 의 소수 부분이 같으므로

$$\log x^4 - \log x = 4 \log x - \log x = 3 \log x = (\text{정수})$$

$$\textcircled{A} \text{에 의하여 } 6 \leq 3 \log x < 9$$

$$\therefore 3 \log x = 6, 7, 8$$

$$\text{즉, } \log x = 2, \frac{7}{3}, \frac{8}{3} \text{ 이므로 } x = 10^2, 10^{\frac{7}{3}}, 10^{\frac{8}{3}}$$

따라서 모든 실수  $x$ 의 값의 곱은

$$10^2 \times 10^{\frac{7}{3}} \times 10^{\frac{8}{3}} = 10^{2 + \frac{7}{3} + \frac{8}{3}} = 10^7$$